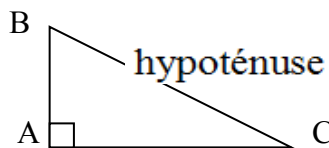


LE THEOREME DE PYTHAGORE

ENONCE : Dans un triangle rectangle , le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

ex.

Le triangle ABC est rectangle en A



d' après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

On ne peut utiliser le théorème de Pythagore que si l'on sait que le triangle est rectangle.
soit c'est clairement dit dans le texte , soit un codage dans le dessin nous l'indique,
soit on l'a démontré auparavant.

1ère utilisation du théorème :

Pour calculer des longueurs : l'un des côtés d'un triangle rectangle dont on connaît les deux autres.

ex 1 – Le triangle RST est rectangle en S. On a RS = 5 cm et ST = 7 cm. Calculer TR.

On fait un schéma , on repère l'hypoténuse = opposé à l'angle droit , c'est [TR]

Dans le triangle RST, rectangle en S,

d' après le théorème de Pythagore, on a $TR^2 = SR^2 + ST^2$
 $TR^2 = 5^2 + 7^2$

$$\begin{aligned} TR^2 &= 74 \\ TR &= \sqrt{74} \\ TR &\approx 8,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

ex 2 – Le triangle IJK est rectangle en J. On a IJ = 3,6 cm et IK = 6 cm. Calculer JK.

On fait un schéma , on repère l'hypoténuse = opposé à l'angle droit , c'est [IK]

Dans le triangle IJK, rectangle en J,

D'après le théorème de Pythagore, on a $IK^2 = IJ^2 + JK^2$

$$6^2 = 3,6^2 + JK^2$$

$$JK^2 = 6^2 - 3,6^2$$

$$\begin{aligned} JK^2 &= 23,04 \\ JK &= \sqrt{23,04} \\ JK &= 4,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

2ème utilisation RECTANGLE OU PAS RECTANGLE ?

Pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle, ou montrer que deux droites ne sont pas perpendiculaires.

ex 3 - Le triangle RST est tel que RS = 4,1 cm , RT = 2,3 cm , ST = 3,3 cm. Ce triangle est-il rectangle ?

D'abord une remarque évidente : on ne sait pas si le triangle est rectangle !

Donc on ne peut pas parler d'hypoténuse, seulement de "plus grand côté".

et on ne peut évidemment pas écrire l'égalité du théorème de Pythagore.

Le plus grand côté est [RS], c'est le seul côté susceptible d'être l'hypoténuse.

A-t'on $RS^2 = RT^2 + TS^2$?????? On va vérifier si l'égalité est vraie ou fausse.

**METHODE : On calcule séparément le carré du + grand côté ,
et la somme des 2 autres côtés au carré.**

$$RS^2 = 4,1^2 = 16,81$$

$$RT^2 + TS^2 = 2,3^2 + 3,3^2 = 16,18$$

$$RS^2 \neq RT^2 + TS^2$$

Donc d'après la **contraposée du théorème de Pythagore**,
le triangle RST n'est pas rectangle.

*on n'écrit surtout pas que
 $RS^2 = RT^2 + TS^2$*

Ex 4 –Le triangle EFG est tel que EF = 8,1 cm , FG = 13,5 cm et EG = 10,8 cm. Ce triangle est-il rectangle ?

Même remarque que précédemment : on ne sait pas si le triangle est rectangle !

Donc on ne peut pas parler d'hypoténuse, seulement de "plus grand côté".

et on ne peut évidemment pas écrire l'égalité du théorème de Pythagore.

$$FG^2 = 13,5^2 = 182,25$$

et

$$EF^2 + EG^2 = 8,1^2 + 10,8^2 = 182,25$$

On constate que $FG^2 = EF^2 + EG^2$

*maintenant je peux
écrire l' égalité*

Donc d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle EFG est rectangle en E.

RESUME

Calcul de longueur

LE TRIANGLE
EST RECTANGLE

d'après le théorème



J'ECRIS L'EGALITE

Angle droit ou non

L'EGALITE
EST FAUSSE

d'après le théorème



LE TRIANGLE
N'EST PAS RECTANGLE

L'EGALITE
EST VRAIE

d'après la réciproque



LE TRIANGLE
EST RECTANGLE